Exercice 1. On lance un dé équilibré comportant 6 faces. Si la face indique un nombre impair, on perd 3 euros, sinon on gagne la valeur en euros du numéro de la face.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X donnant le gain algébrique à ce jeu pour modéliser cette situation.

Exercice 2. On lance simultanément deux dés cubiques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Soit M la variable aléatoire qui associe à chaque lancer le produit des deux dés. Déterminer la loi de probabilité de M.
2. Soit D la variable aléatoire qui associe à chaque lancer la valeur absolue de la différence des deux dés. Déterminer la loi de probabilité de D.

Exercice 3. Dans un zoo, on a regroupé dans le même enclos trois dromadaires (D_1, D_2 et D_3), deux chameaux (C_1 et C_2) et un lama (L). Un visiteur prend en photo deux animaux. Tous les couples d'animaux ont la même probabilité d'être photographiés. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de bosses photographiées. Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 4. À l'issue d'une chaîne de fabrication de jouets en bois, on recherche deux types de défauts : les défauts de solidité et les défauts de couleur. Une étude a permis de relever les résultats suivants sur un échantillon de 1000 jouets.

	Défaut de couleur	**Pas de défaut de couleur**	**Total**
Défaut de solidité	5	28	33
Pas de défaut de solidité	15	952	967
Total	20	980	1000

À réparer, un défaut de couleur coûte 5 euros par jouet et un défaut de solidité coûte 12 euros par jouet. On note X la variable aléatoire donnant le coût de réparation d'un objet avant d'être mis sur le marché.

1. Quelles valeurs peut prendre X ?
2. Décrire par une phrase l'événement $\{X \leq 10\}$.
3. Que vaut $P(X = 12)$?
4. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 5. Une urne contient 20 boules indiscernables au toucher dont 15 sont rouges et les autres sont jaunes. On mise 40 euros. On tire au hasard successivement deux boules en remettant dans l'urne la première. On gagne 70 euros par boule jaune tirée. On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique de ce jeu.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance de X. En donner une interprétation.
3. Ce jeu est-il équitable ?
4. À l'aide de la calculatrice, calculer $\mathrm{Var}(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 6. Soit X une variable aléatoire réelle. Déterminer la valeur de m dans le tableau ci-dessous de sorte que l'espérance de X soit nulle.

x_i	5	3	1	m
$P(X = x_i)$	0,2	0,2	0,4	0,2

Exercice 7. Pour traverser le couloir du troisième étage du lycée, Miguel met cinq minutes. Il sait que si, lors de la traversée, il rencontre un ami, il parlera avec lui deux minutes. Il y a deux salles devant lesquelles il peut retrouver un ami et la probabilité qu'il en rencontre un devant une salle est 0,3. Ces rencontres sont indépendantes. On note X la variable aléatoire donnant le temps de traversée du couloir en minute. Déterminer la loi de probabilité de X.

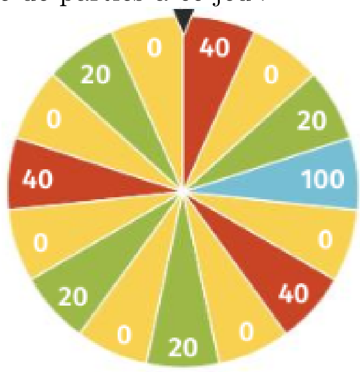
Exercice 8. Une urne contient n (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 10) boules indiscernables au toucher dont cinq sont rouges, deux sont vertes et les autres sont jaunes. On tire au hasard une boule dans l'urne. Si celle-ci est verte, on gagne 3 euros, si elle est jaune on gagne 5 euros, sinon on perd 2 euros. On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique à ce jeu.

1. Déterminer la loi de probabilité de X (les probabilités dépendent du nombre n).
2. Comment faut-il choisir le nombre n pour que la probabilité de gagner de l'argent à ce jeu soit supérieure ou égale à 0,6 ?
3. Peut-on choisir n tel que le jeu soit équitable ?

Exercice 9. Amina mise 3 euros puis lance un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Elle gagne une valeur en euros égale au double du numéro affiché par le dé. Quel montant peut-elle espérer gagner (ou perdre) en moyenne si elle joue un grand nombre de parties à ce jeu ?

Exercice 10.

Un jeu consiste à faire tourner la roue ci-contre après avoir payé une mise. Les nombres inscrits dans les différents secteurs correspondent au gain (en euro) remporté par le joueur avant déduction de la mise payée.
Quelle doit être la mise payée par le joueur pour que le jeu soit équitable ?



Exercice 11. Un sac contient quatre bougies dont deux sont rouges et deux sont vertes. Pierrot sort une à une les quatre bougies. On note X la variable aléatoire donnant le rang de la première bougie rouge sortie. Donner la loi de probabilité de X.

Exercice 12. Une urne contient 20 billes. Seules deux billes sont gagnantes, les autres ne rapportent rien. Pour participer, un joueur doit payer 10 euros puis tirer au hasard deux billes de façon simultanée. Il reçoit alors 30 euros par bille gagnante. On note G la variable aléatoire associant le gain algébrique réalisé par un joueur lors d'une partie à ce jeu.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire G.
2. Calculer l'espérance de la variable aléatoire G et interpréter le résultat obtenu.

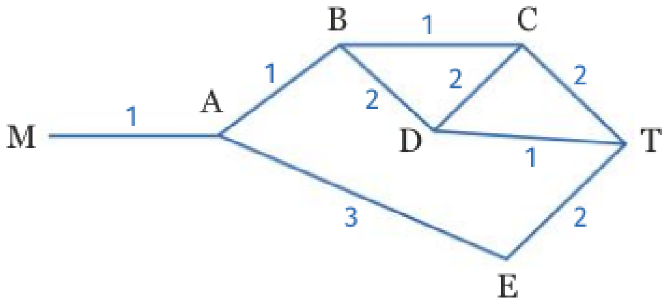
Exercice 13. Après avoir misé une certaine somme d'argent, un joueur lance un dé à six faces. Il gagne trois euros s'il obtient un diviseur de six. Quel doit être le montant de la mise pour que le jeu soit équitable (c'est-à-dire que l'espérance de gain soit nulle) ?

Exercice 14.
Pour se rendre au travail, Camille prend le bus. Le trajet comporte quatre arrêts. On note S le nombre de fois où le bus s'est effectivement arrêté lors du trajet. Une étude statistique a permis d'établir la loi de probabilité de S.

x_i	0	1	2	3	4
$P(S = x_i)$	0,05	0,15	0,3	0,35	0,15

1. Calculer $E(S)$ et interpréter le résultat.
2. Le trajet direct dure vingt minutes et chaque arrêt rallonge de trois minutes la durée du voyage. Soit T la variable aléatoire qui donne la durée du trajet.
   (a) Quelle relation lie S et T ?
   (b) En déduire, sur un très grand nombre de jours, le temps de trajet moyen mis par Camille pour se rendre au travail.

Exercice 15.
Pour se rendre sur son lieu de travail (T) depuis chez lui (M), un employé a le choix entre plusieurs chemins, tous ayant la même probabilité d'être empruntés. Le schéma ci-contre donne les différents itinéraires possibles en y indiquant le nombre de feux de circulation sur chaque portion. Chaque feu peut être soit vert, soit rouge. On admet que l'employé ne passe pas deux fois par le même point lors de son trajet.



1. Donner deux parcours différents permettant d'aller de M à T et compter, pour chaque parcours donné, le nombre de feux rencontrés.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de feux de circulation rencontrés par cet employé sur les différents parcours.

2. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat.
4. Le trajet sans aucun feu rouge dure 20 minutes et chaque feu rouge rallonge la durée du trajet de trois minutes.
   (a) Donner le temps de trajet maximal en fonction du nombre de feux présents sur le trajet.
   (b) L'employé a remarqué que, lors de ses trajets pour se rendre au travail, en moyenne un feu sur deux reste vert quand il arrive. Quel est le temps de trajet moyen mis par cet employé pour se rendre sur son lieu de travail ?

Exercice 16. Une usine fabrique des objets destinés à être commercialisés. Sur 100 objets qui sortent de l'usine, en moyenne, quinze ont uniquement le défaut A, sept ont uniquement le défaut B et trois ont les deux défauts. Le coût de production d'un objet est de 150 euros. Grâce à la garantie, les clients peuvent faire réparer leur objet aux frais du fabricant. La réparation du défaut A revient à 30 euros et la réparation du défaut B revient à 40 euros. Soit X la variable aléatoire qui associe à un objet choisi au hasard dans la production de l'usine, son coût de revient (coût de production + coût des réparations éventuelles).

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat.
3. On suppose que tous les objets produits sont vendus.
   (a) L'usine réalisera-t-elle des bénéfices si elle vend les objets à 160 euros pièce ?
   (b) Quel doit être le prix de vente d'un objet pour que l'usine réalise un bénéfice moyen de 50 euros par objet ?

Exercice 17. Dans une fête foraine, une machine contient quatre boules noires et deux boules blanches. Lorsque l'on introduit un jeton dans la machine, elle tire au hasard deux boules successivement et sans remise. Un joueur achète un jeton au prix de 5 euros. Si les deux boules sont blanches, le joueur reçoit 40 euros. Si une seule boule est blanche, il reçoit 10 euros.

1. Traduire la situation par un arbre de probabilité.
2. Soit G la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.
   (a) Déterminer la loi de probabilité de G.
   (b) Calculer $E(G)$ et en déduire le gain moyen du forain par partie sur un très grand nombre de parties.
3. Comme ce jeu n'est pas assez rentable, le forain envisage deux solutions : augmenter de 1 euro le prix du jeton ou bien ajouter une boule noire dans la machine. Quelle est la solution la plus avantageuse pour le forain ?