

Feuille d'exercices : Trigonométrie

EXERCICE 1 : Compléter le tableau suivant

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|---|----|-----------------|------------------|----|-----|-----|-----|-----|-------------------|------------------|-----|-----|
| Mesure en degrés | 0 | 30 | | | 90 | 120 | 135 | 210 | 225 | | | 300 | 324 |
| Mesure en radians | | | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{7}$ | | | | | | $\frac{11\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | | |

EXERCICE 2 : Convertir les mesures suivantes en degré. Donner les valeurs exactes.

- a) $\frac{\pi}{16}$ b) $\frac{11\pi}{72}$ c) $\frac{2\pi}{7}$ d) $\frac{4\pi}{15}$ e) $\frac{7\pi}{12}$

EXERCICE 3 : Convertir les mesures suivantes en radian. Donner les valeurs exactes.

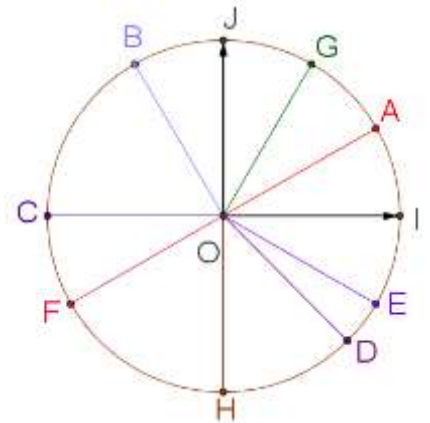
- a) 75° b) 120° c) 84° d) 132° e) 150°

EXERCICE 4 :

Sur le cercle trigonométrique ci-contre, les points $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ et J sont repérés par les réels :

$$0; \frac{11\pi}{6}; \frac{-4\pi}{3}; \pi; -\frac{\pi}{2}; \frac{19\pi}{3}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{2}$$

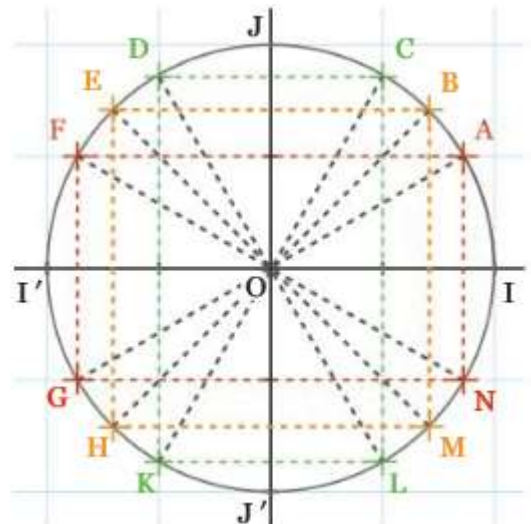
Associer à chacun de ces dix réels un (et un seul) point du cercle trigonométrique ci-contre.



EXERCICE 5 :

En utilisant la figure ci-dessous, donner les points du cercle qui correspondent aux réels suivants.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $\frac{2\pi}{3}$ | 7) $-\frac{\pi}{4}$ |
| 2) $\frac{7\pi}{2}$ | 8) 2π |
| 3) $-\frac{11\pi}{6}$ | 9) -3π |
| 4) 13π | 10) $\frac{9\pi}{6}$ |
| 5) -6π | 11) $\frac{7\pi}{4}$ |
| 6) $\frac{3\pi}{4}$ | 12) $-\frac{4\pi}{3}$ |
| 7) $\frac{5\pi}{3}$ | 14) $-\frac{5\pi}{4}$ |



EXERCICE 6 :

1) Sur le cercle ci-contre, quels sont les points-images des réels suivants ?

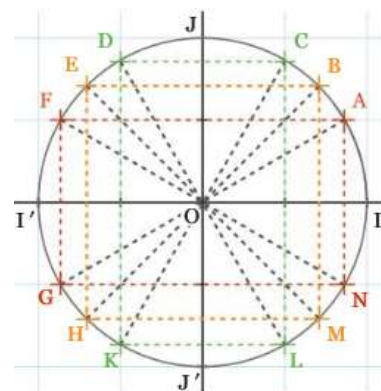
- a) $-\pi$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $-\frac{\pi}{2}$ d) 12π

2) Sur le cercle ci-contre, quels sont les points-images des réels suivants ?

- a) $\frac{\pi}{6} + \pi$ b) $\frac{5\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{3} + 2\pi$ d) $\frac{13\pi}{3}$

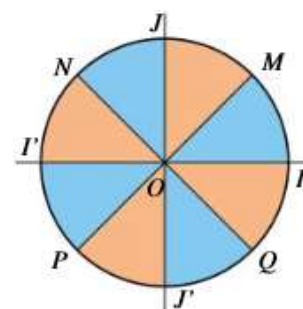
3) Donner cinq nombres réels qui ont D comme point image.

4) Donner trois nombres réels qui ont B comme point image.



EXERCICE 7 :

Le cercle suivant est le cercle trigonométrique partagé en huit parts égales. Pour chacun des points I, M, J, N, I', P, J' et Q , déterminer un réel dont il est le point-image.



EXERCICE 8 :

Indiquer, en justifiant la réponse, si les deux réels de chaque couple ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

- | | |
|---|---|
| 1) $\frac{18\pi}{5}$ et $\frac{3\pi}{5}$ | 3) $-\frac{7\pi}{3}$ et $\frac{7\pi}{3}$ |
| 2) $\frac{5\pi}{6}$ et $-\frac{19\pi}{6}$ | 4) $-\frac{7\pi}{4}$ et $\frac{17\pi}{4}$ |

EXERCICE 9 :

Associer entre eux les réels de la première et de la deuxième ligne qui ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

- | | | | | | | | |
|----------|--------------------|---------------------|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| ▪ π | ▪ $\frac{\pi}{2}$ | ▪ $-\frac{\pi}{4}$ | ▪ 12π | ▪ $-\frac{7\pi}{4}$ | ▪ $\frac{3\pi}{2}$ | ▪ $\frac{\pi}{3}$ | ▪ $\frac{7\pi}{6}$ |
| ▪ 2π | ▪ $\frac{7\pi}{4}$ | ▪ $-\frac{5\pi}{6}$ | ▪ $\frac{7\pi}{3}$ | ▪ 3π | ▪ $\frac{\pi}{4}$ | ▪ $\frac{5\pi}{2}$ | ▪ $-\frac{5\pi}{2}$ |

EXERCICE 10 :

- a) Donner les coordonnées du point image associé au réel $\frac{2\pi}{3}$.
- b) Donner les coordonnées du point image associé au réel $-\pi$.
- c) Donner les coordonnées du point image associé au réel $\frac{5\pi}{4}$.
- d) Donner les coordonnées du point image associé au réel $\frac{11\pi}{6}$.

EXERCICE 11 :

Sans utiliser la calculatrice, calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous forme de fraction.

- a) $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
c) $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \times \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ d) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - 2 \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)$

EXERCICE 12 :

Sans utiliser la calculatrice, calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous forme de fraction.

- a) $A = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ b) $B = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$
c) $C = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3\pi\right) - \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$
d) $D = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

EXERCICE 13 :

QCM réponse unique

8 Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé du plan. Si M est un point du cercle trigonométrique tel que :

- a) $\widehat{IOM} = 72^\circ$, alors M est le point image de $\frac{\pi}{5}$.
b) $\widehat{IOM} = 260^\circ$, alors M est le point image de $\frac{10\pi}{9}$.
c) $\widehat{IOM} = 126^\circ$, alors M est le point image de $\frac{7\pi}{10}$.
d) $\widehat{IOM} = 60^\circ$, alors M est le point image de $\frac{\pi}{6}$.

9 Dans la liste des nombres réels ci-dessous, un seul nombre n'admet pas le même point image que les autres sur un cercle trigonométrique. Lequel ?

- a) $\frac{29\pi}{6}$ b) $\frac{125\pi}{6}$ c) $\frac{-31\pi}{6}$ d) $\frac{-85\pi}{6}$

10 Soit $a = \frac{-\pi}{4}$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

- a) $\sin(a) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
b) $\sin(a) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\cos(a) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$
d) $\cos(a) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

11 Le réel $\frac{7\pi}{12}$ admet :

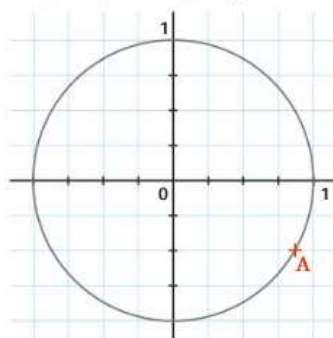
- a) un cosinus positif et un sinus positif.
b) un cosinus positif et un sinus négatif.
c) un cosinus négatif et un sinus positif.
d) un cosinus négatif et un sinus négatif.

EXERCICE 14 :

QCM réponses multiples [Une ou plusieurs bonnes réponses par question]

12 Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, A est le point image de :

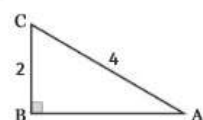
- a) $-\frac{5\pi}{6}$ b) $\frac{11\pi}{6}$ c) $\frac{47\pi}{6}$ d) $-\frac{\pi}{6}$



13 $\sin\left(\frac{-21\pi}{6}\right)$ est égal à :

- a) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) 1 d) -1

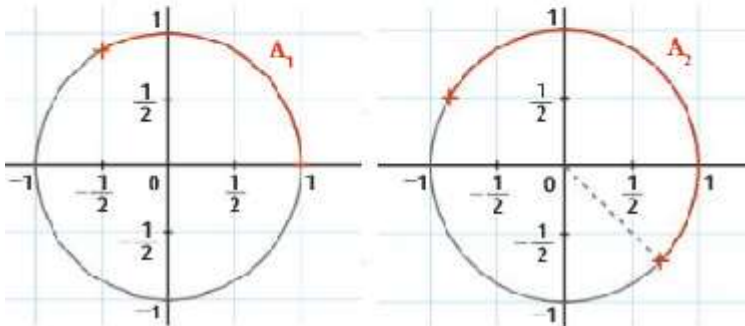
14 Dans la figure ci-dessous :



- a) $\widehat{BCA} = 30^\circ$ c) $BA = 2\sqrt{3}$
b) $\widehat{BAC} = 30^\circ$ d) $BA = \sqrt{12}$

EXERCICE 15 :

Soit x un réel et M son point image par enroulement de la droite numérique sur le cercle trigonométrique. Dans chacune des figures suivantes, dire à quel intervalle peut appartenir le réel x pour que M appartienne à l'arc de cercle coloré. Proposer deux intervalles différents pour chaque arc de cercle.



EXERCICE 17 :

Soit x un réel de l'intervalle $[0 ; \pi]$ tel que : $\cos x = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

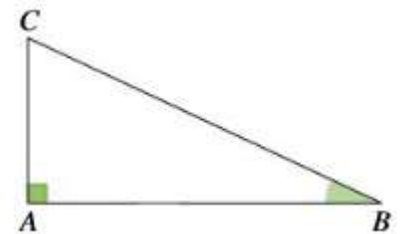
- 1) Préciser le signe de $\sin(x)$.
- 2) Parmi les valeurs suivantes, quelle est celle qui peut correspondre à x ? Justifier.

$$-\frac{4\pi}{5} ; -\frac{2\pi}{5} ; \frac{2\pi}{5} ; \frac{4\pi}{5}$$

EXERCICE 18 :

- 1) Rappeler la définition de la tangente de l'angle aigu \widehat{CBA} dans un triangle ABC rectangle en A , vue en classe de 3^{ème}.
- 2) On suppose que $\widehat{CBA} = 25^\circ$. Compléter le tableau suivant.

| | | |
|-----------------|-----|----|
| Angle en degré | 180 | 25 |
| Angle en radian | | |



- 3) A l'aide de la calculatrice (en mode radian), déterminer une valeur approchée au centième de : $\tan\left(\frac{5\pi}{36}\right)$.

EXERCICE 19 :

- 1) Quelle est la valeur d'un angle en radian dont la mesure appartient à l'intervalle $] -\pi ; \pi]$ et dont le cosinus vaut $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et le sinus vaut 0,5.
- 2) On considère un angle x dont la valeur du cosinus d'un angle en radian situé dans $\left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$ vérifiant : $\sin x = 0,2$.
 - a) Calculer $\sin^2 x$.
 - b) En déduire la valeur de $\cos^2 x$, puis la valeur de $\cos x$.

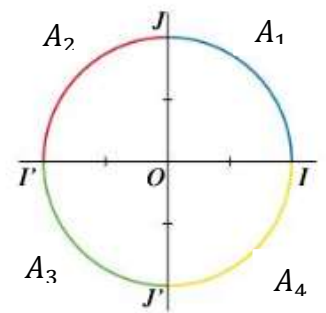
3) On donne : $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

Calculer la valeur exacte de $\sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ puis la valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 16 :

On considère le cercle trigonométrique ci-contre.

1. De quelle couleur est un point du cercle qui a une abscisse négative et une ordonnée positive ?
2. De quelle couleur est le point image de $-\frac{\pi}{6}$?
3. De quelle couleur est le point image de $-\frac{2\pi}{3}$?



EXERCICE 20 :

- 1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\sin x \geq 0$.
- 2) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, puis dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\cos x < 0$.
- 3) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation : $1 + 2 \sin x > 0$.
- 4) Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation : $1 - 2\cos x \leq 0$.

EXERCICE 20 :

- 1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\sin x \geq 0$.
- 2) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, puis dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\cos x < 0$.
- 3) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation : $1 + 2 \sin x > 0$.
- 4) Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation : $1 - 2\cos x \leq 0$.

EXERCICE 20 :

- 1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\sin x \geq 0$.
- 2) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, puis dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\cos x < 0$.
- 3) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation : $1 + 2 \sin x > 0$.
- 4) Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation : $1 - 2\cos x \leq 0$.

EXERCICE 20 :

- 1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\sin x \geq 0$.
- 2) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, puis dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\cos x < 0$.
- 3) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation : $1 + 2 \sin x > 0$.
- 4) Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation : $1 - 2\cos x \leq 0$.

EXERCICE 20 :

- 1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\sin x \geq 0$.
- 2) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, puis dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\cos x < 0$.
- 3) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation : $1 + 2 \sin x > 0$.
- 4) Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation : $1 - 2\cos x \leq 0$.

EXERCICE 20 :

- 1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\sin x \geq 0$.
- 2) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, puis dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\cos x < 0$.
- 3) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation : $1 + 2 \sin x > 0$.
- 4) Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation : $1 - 2\cos x \leq 0$.

EXERCICE 20 :

- 1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\sin x \geq 0$.
- 2) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, puis dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation : $\cos x < 0$.
- 3) Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$, l'inéquation : $1 + 2 \sin x > 0$.
- 4) Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation : $1 - 2\cos x \leq 0$.