**Exercice 1.** Soit $(u_n)$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (3n+1)^2$.

1. Calculer les termes $u_0$, $u_1$ et $u_{10}$.
2. Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $n$.
3. Démontrer que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 18n + 15$.

**Exercice 2.** Soit $(w_n)$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = 5n^2 - 2n + 3$.

1. Calculer les trois premiers termes de cette suite.
2. Démontrer que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} - w_n = 10n + 3$.

**Exercice 3.** Soit $(t_n)$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = \frac{n^2-3}{n+2}$.

1. Calculer les trois premiers termes de la suite $(t_n)$.
2. Calculer $t_{15}$.
3. Exprimer $t_{n+1}$ en fonction de $n$.
4. Exprimer $t_{2n}$ en fonction de $n$.

**Exercice 4.**

1. Pour chacune des suites suivantes, définies par récurrence, calculer les trois prochains termes.

   **a)** $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 5u_n - 2$ **b)** $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = (u_n)^2 - 4u_n + 1$

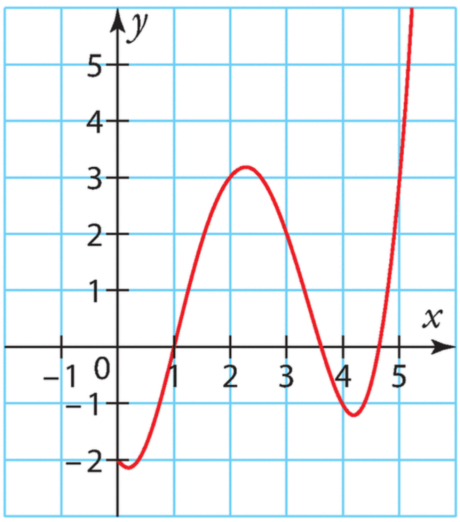
   **c)** $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = -3u_n - 4n$ **d)** $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} - \dfrac{1}{2n+1}$

2. Pour chacune des suites précédentes, exprimer $u_n$ en fonction de $u_{n-1}$.

**Exercice 5.** Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 1$ et la relation $u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n + n$.

1. Calculer $u_2$, $u_3$, $u_4$ et $u_5$.
2. Exprimer $u_n$ en fonction de $u_{n-1}$ et $u_{n-2}$.
3. Exprimer $u_{n+3}$ en fonction de $u_{n+2}$ et $u_{n+1}$.

**Exercice 6.**
Soit $(u_n)$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$. On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction $f$. Déterminer la valeur des cinq premiers termes de la suite $(u_n)$.




**Exercice 7.** Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0 = 9$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

1. Tracer la courbe représentative de la fonction racine carrée.
2. Sur le même graphique, représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite $(u_n)$.

**Exercice 8.** En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$, étudier les variations des suites $(u_n)$, définies pour tout $n \in \mathbb{N}$.

**a)** $u_n = n^2 + 2n$ **b)** $u_n = \dfrac{4}{n+1}$ **c)** $u_n = -5n$

**Exercice 9.** Soit $(w_n)$ la suite définie pour tout entier $n \geq 1$ par $u_n = \frac{2n}{n}$.

1. Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.
2. Résoudre l'inéquation $\frac{2n}{n+1} > 1$.

3. En déduire les variations de la suite $u$.

**Exercice 10.** Dans chaque cas, déterminer le sens de variation de la suite $u$ définie par

1. $u_n = \frac{3^n}{n}$ pour tout $n \geq 1$
2. $u_n = -8n + 13$ pour tout $n \geq 0$
3. $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \geq 1$

**Exercice 11.** Pour chacune des suites suivantes, à l'aide de la calculatrice :

1. indiquer si la suite $(u_n)$ est convergente ou divergente.
2. Conjecturer la limite éventuelle de $(u_n)$.

**a)** $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \left(\dfrac{7}{8}\right)^n$ **b)** $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = (1{,}3)^n$ **c)** $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n - 7,\ u_0 = 8$

**d)** $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = 5 - \dfrac{1}{n^2}$ **e)** $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = n^3$ **f)** $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{3}{4}u_n + 5,\ u_0 = 0$

*Rappel de notation :* le symbole $\forall$ signifie « pour tout », donc écrire « $\forall n \in \mathbb{N}$ » revient à écrire « pour tout entier naturel $n$ ».

**Exercice 12.** Soit $u$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n$.

1. Construire un repère et y représenter le nuage de point $(n, u(n))_{n\in\mathbb{N}}$.
2. Conjecturer la limite de la suite $u$.
3. Mêmes questions avec la suite $w$ définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par $w_n = \frac{1}{n}$.

**Exercice 13.** Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coûte 45 euros. Avec cet abonnement, le client paye 5 centimes par photo qu'il veut imprimer. On note $u_n$ le prix payé par le client pour l'abonnement et pour l'impression de $n$ photos.

1. Exprimer $u_n$ en fonction de $n$.
2. Combien le client paye-t-il pour imprimer 15 photos ?
3. S'il a payé 98 euros, combien de photos a-t-il imprimées ?

**Exercice 14.** Soit $(u_n)$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \frac{1{,}01^n}{n}$.

1. À l'aide de la calculatrice, conjecturer, si elle existe, la limite de la suite $u$.
2. Donner une valeur approchée de $u_{1000}, u_{2000}$ et $u_{5000}$.
3. Les résultats sont-ils cohérents avec la question 1 ? Conclure.
4. En étudiant le signe de $\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1$, déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)$.

**Exercice 15.** Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0 = 1000$ et, pour tout entier $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0{,}9u_n + 90$.

1. Calculer $u_1$ et $u_2$.
2. On admet que, pour tout entier naturel $n, u_n = 100 \times (0{,}9)^n + 900$.
3. Conjecturer à l'aide de la calculatrice la limite de la suite $(u_n)$.
4. Déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)$.
5. À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quel nombre $n$ on a $u_n \leq 901$.

**Exercice 16 ($\star\star$).** Pour tout entier $n \geq 1$, on note $u_n$ la somme des $n$ premiers carrés, c'est-à-dire $u_n = 1^2 + 2^2 + 3^3 + \cdots + n^2$.

1. Calculer les trois premiers termes de la suite $u$.
2. Déterminer une relation de récurrence entre $u_{n+1}$ et $u_n$.
3. On pose $w$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par
$$w_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$
   (a) Montrer que $u_1 = w_1$.
   (b) Vérifier que la suite $w$ vérifie la même relation de récurrence que $u$. Conclure.