Avertissement – Consignes d'utilisation

Ces **éléments de correction** constituent une aide pour votre travail : ils vous permettent de vérifier vos résultats mais les détails des calculs sont parfois ignorés afin de laisser place à la démarche et aux méthodes. Il faut souvent connaître le cours (qu'on ne rappellera pas ici) afin de comprendre certaines étapes. C'est donc à vous, *une fois le cours connu*, d'essayer de faire les exercices, et c'est à vous de *faire les calculs dans le détail* afin de remplir les trous dans les corrections.

Exercice 14. C'est un exercice de géométrie dans lequel la partie nouvelle est de déterminer des quantités en fonction d'une longueur x qu'on ne connaît pas.

1. Le nombre x représente la longueur AF. Le point F est sur le segment $[AB]$ qui mesure 4 cm. On a donc $x \in [0;4]$.

2. $AFKE$ est un carré donc on a $FK = AF = EK = x$. L'aire du triangle EFK vaut donc $\frac{x^2}{2}$.

3. On a $AF + FB = AB = 4$. Donc $FB = 4 - x$. Puis $KH = FB = 4 - x$. On en déduit que l'aire du carré $KHCG$ est $(4-x)^2$.

4. L'aire de la figure bleue est égale à l'aire du triangle bleu ajoutée à celle du carré bleu. Cette aire est donc égale à $\frac{x^2}{2} + (4-x)^2$.

5. Pour cette question, l'objectif est de déterminer la valeur de x qui donne la plus petite aire pour la partie bleue, c'est à dire la valeur de x qui donne la plus petite valeur prise par la fonction f définie sur $[0;4]$ par

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + (4-x)^2.$$

On cherche donc la valeur pour laquelle f atteint son **minimum**, et pour cela on va mettre f sous forme développée, puis calculer la forme canonique de f et en déduire la réponse. La forme développée de f est

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 8x + 16.$$

La forme canonique est

$$f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{8}{3}\right)^2 + \frac{16}{3}.$$

On en déduit donc que l'aire minimale est atteinte pour $x = \frac{8}{3}$.

Exercice 15.

1. On calcule $C(10) = 200$. Donc cela coûte 200 euros.

2. La vente d'un chargeur rapporte 20 euros donc la vente de x chargeurs rapporte $20x$ euros.

3. Le bénéfice est égal aux recettes (l'argent rapporté par la vente) moins les coûts. C'est-à-dire que

$$\begin{aligned} B(x) &= 20x - C(x) \\ &= -3x^2 + 120x - 900. \end{aligned}$$

4.(a) La forme canonique est

$$B(x) = -3\left(x - 20\right)^2 + 300.$$

4.(b)

x	0		20		50
$f(x)$		↘	300	↗	

4.(c) Le bénéfice maximal de l'entreprise est de 300 euros (la valeur de β), il a lieu pour 20 chargeurs (la valeur de α).

5.(a)

x	0		10		30		50
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5.(b) L'entreprise doit vendre entre 10 et 30 chargeurs pour être rentable.