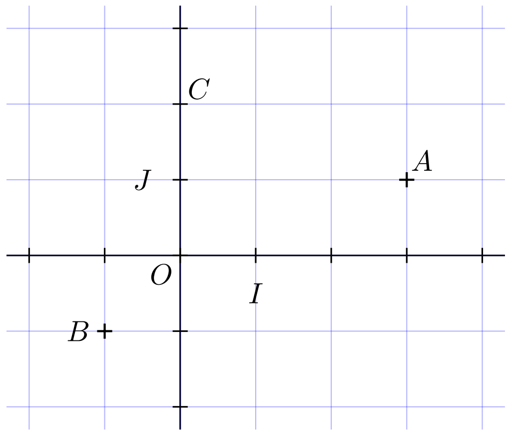
Exercice 1.

On considère le repère $(O; I, J)$ ci-contre.

1. Le repère $(O; I, J)$ est-il orthonormé ? Orthogonal ?
2. Lire les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(O; I, J)$.
3. Placer les points $D(1; 1)$ et $E(-1; 0)$.
4. Déterminer les coordonnées de tous les points dans le repère $(D; A, I)$.



Exercice 2. Dans un repère $(O; I, J)$ du plan, on considère les points $A(3; 1)$, $B(-4; 2)$ et $C(-1; 4)$.

1. Déterminer les coordonnées du point D, symétrique de C par rapport à B.
2. On note E le point du plan tel que les segments $[AC]$ et $[BE]$ aient le même milieu. Déterminer les coordonnées du point E.

Exercice 3. Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé du plan. On considère les trois points $A(1; 3)$, $B(1{,}5; 8)$ et $C(4; 5)$.

1. Faire une figure et y placer les points cités.
2. Calculer les coordonnées du milieu K de $[BC]$.
3. Calculer les coordonnées de D, symétrique du point A par rapport à K.
4. Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 4. Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on donne les points $A(-2; 1)$, $B(4; 3)$ et $C(2; -3)$.

1. Calculer les coordonnées du point :
   (a) D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
   (b) E tel que $ACBE$ soit un parallélogramme.
2. Faire une figure et vérifier les résultats.
3. Montrer que A est le milieu du segment $[DE]$.

Exercice 5. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$ d'unité 1 cm. On considère trois points du plan $A(-5; 2)$, $B(4; -1)$ et $C(-2; 5)$.

1. Placer les points A, B et C dans le repère $(O; I, J)$.
2. Calculer les distances AB, AC et BC.
3. En déduire la nature du triangle ABC. Justifier.

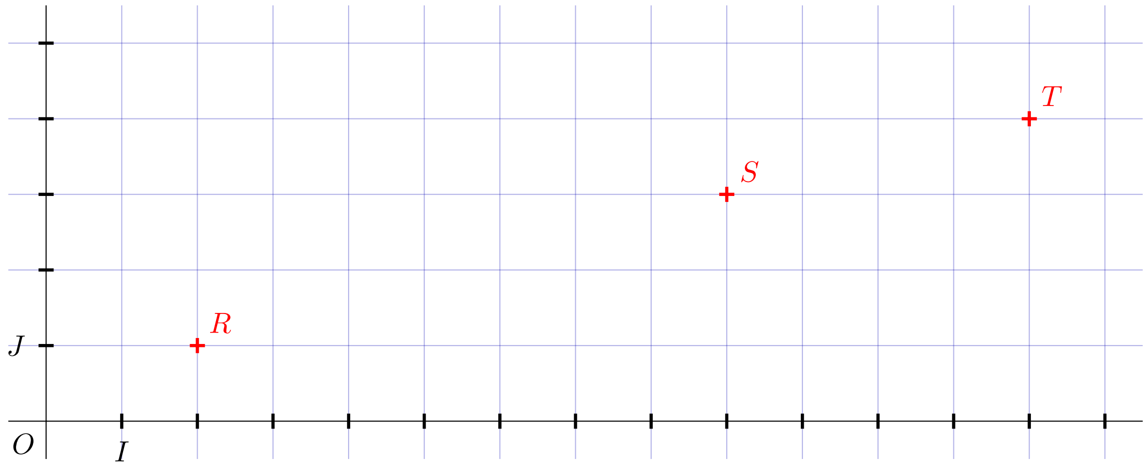
Exercice 6. Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les points $A(\frac{-1}{2}; -1)$, $B(\frac{1}{2}; 2)$, $C(\frac{3}{2}; -1)$ et $D(\frac{1}{2}; -4)$.

1. Faire une figure.
2. Conjecturer la nature du quadrilatère $ABCD$.
3. Démontrer cette conjecture.

Exercice 7. Soit $ABCD$ un carré de centre O. On considère les points E et F, milieux respectifs de $[DC]$ et $[OB]$.

1. Faire une figure.
2. Lire les coordonnées de tous les points dans le repère $(A; B, D)$.
3. Calculer EF, EA et FA.
4. En déduire la nature du triangle EFA.

Exercice 8. Les points R, S et T sont-ils alignés ? Justifier.



Exercice 9. On considère le triangle RST tel que $RS = 4{,}8$ cm, $ST = 5{,}2$ cm et $RT = 2$ cm.

1. Démontrer que le triangle est rectangle en R.
2. Calculer alors la mesure de tous les angles dans ce triangle.

Exercice 10. On considère un repère orthonormé $(O; I, J)$ du plan. On donne les points $A(-1; 6)$, $B(7; -2)$, $C(1; -2)$ et $D(9; 6)$.

1. Faire une figure.
2. Construire le centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC.
3. Donner, sans justification, les coordonnées de Ω et calculer le rayon du cercle.
4. Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle : on dira qu'ils sont **cocycliques**.

Exercice 11. On considère un triangle LMN rectangle en N tel que $\cos \widehat{MLN} = 0{,}6$.

1. Calculer la valeur exacte de $\sin(\widehat{MLN})$.
2. Sachant que $LM = 10$ cm, calculer la longueur des autres côtés du triangle. Arrondir au dixième.

Exercice 12. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$ d'unité 2 cm. On considère les points $A(2; 1)$, $B(5; 1)$, $C(5; -2)$ et $D(2; -2)$.

1. Faire une figure
2. (a) Déterminer les coordonnées de K, milieu de $[AC]$.
   (b) Déterminer les coordonnés de L, milieu de $[BD]$.
   (c) En déduire que $ABCD$ est un parallélogramme.
3. (a) Calculer les distances AC, AD et DC.
   (b) En déduire la nature du triangle ADC.
4. Conclure sur la nature du parallélogramme $ABCD$.

Exercice 13. Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les points $A(-2; 1)$, $B(-1; 4)$ et $C(5; 2)$.

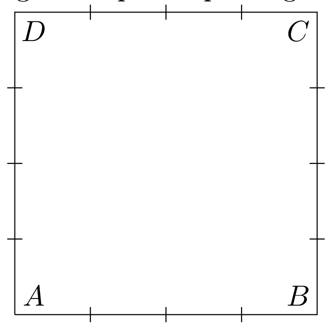
1. Faire une figure.
2. Calculer les valeurs exactes des longueurs AB, AC et BC.
3. En déduire la nature du triangle ABC
4. Calculer les coordonnées du point M, milieu de $[AC]$.
5. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un rectangle.

Exercice 14. $ABCD$ est un carré de côté 10. On trace le cercle de centre A passant par C. Le point E est l'intersection du cercle avec la droite (AB). On construit un carré $DEFG$.

1. Faire une figure.
2. Calculer la longueur AC.
3. En déduire la longueur DE.
4. Montrer que l'aire du carré $DEFG$ est le triple de l'aire du carré $ABCD$.

Exercices d'approfondissement

Exercice 15. Soit $ABCD$ un carré dont les quatre côtés ont été partagés en quatre part égales. On munit le plan du repère orthonormé $(A; B, D)$.



1. Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D.
2. Reproduire la figure et placer les points J et L, milieux respectifs de $[CD]$ et $[AB]$.
3. Calculer les coordonnées des points J et L.
4. Placer les points $I(0; \frac{3}{4})$ et $K(1; \frac{1}{4})$.
5. Montrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

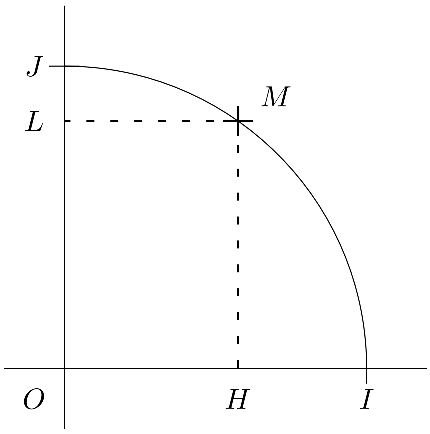
Exercice 16. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les trois points $A(-3; 3)$, $B(2; 4)$ et $C(1; -4)$.

1. Faire une figure.
2. Conjecturer la nature du triangle ABC.
3. Démontrer cette conjecture.

Exercice 17. On veut démontrer la propriété suivante : « Le projeté orthogonal d'un point M sur une droite Δ est le point de Δ le plus proche de M. ».

1. Réaliser la figure suivante.
   (a) Tracer une droite Δ et placer un point M m'appartenant pas à cette droite ;
   (b) construire le point H, projeté orthogonal de M sur Δ ;
   (c) placer deux points distincts A et B sur Δ et différents de H.
2. Traduire la propriété que l'on cherche à démontrer en utilisant les points de la figure construite.
3. (a) Que peut-on dire des triangles AMH et MBH ?
   (b) En déduire le plus grand côté de chacun de ses triangles.
   (c) La position des points A et B influence-t-elle la réponse à la question précédente ?
4. Conclure.

Exercice 18. Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé du plan. On considère le quart de cercle de centre O et de rayon 1 unité. Le point M de coordonnées $(x_m; y_M)$ est un point mobile dans le quart de cercle. On note H le projeté orthogonal de M sur (OI) et L le projeté orthogonal de M sur (OJ).



1. Montrer que $IJ = \sqrt{2}$.
2. Expliquer pourquoi $0 \leq x_m \leq 1$ et $0 \leq y_M \leq 1$.
3. Déterminer la distance OM.
4. Calculer les coordonnées de S, milieu de $[OI]$.
5. On considère dans cette question que M est aussi sur la médiatrice de $[OI]$.
   (a) Montrer que $x_M = x_H = \frac{1}{2}$.
   (b) En déduire la distance MH et les coordonnées du point M.
   (c) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HOM}$.
   (d) Conclure en donnant les valeurs exactes de $\cos(60°)$ et $\sin(60°)$.
6. En raisonnant de manière analogue, déterminer les valeurs exactes de $\cos(30°)$ et $\sin(30°)$.